

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ МАНИЧЕВА-ВОХМИНЦЕВА

Тестовые задачи Маничева-Вохминцева предназначены для проверки возможностей решателей систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) получать решения с гарантированной точностью в **15** верных значащих цифр (точность double precision для языка Си) для **всех** неизвестных СЛАУ. Эталонное решение для «идеальных» тестов очевидно, а для «машинных» тестов [см. стр. 61 книги Тыртышников Е.Е. Методы численного анализа : учеб. пособие для студ. вузов / — М.: Издательский центр «Академия», 2007. — 320 с. — (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика)] было получено на суперкомпьютере СКИФ-МГУ («Чебышев»).

1. СЛАУ с вырожденными матрицами (должен быть выдан код ошибки о том, что система вырождена или ее ранг меньше размера матрицы).

Задача 00 (Маничев).

Матрица A:
i=1 ,j=1 ,Aij= 1.0000000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij= 2.0000000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij= 2.0000000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij= 4.0000000000000000

Вектор B:
i=1 Bi= 3.0000000000000000
i=2 Bi= 6.0000000000000000

Задача 01 (Маничев-«телефонная» матрица).

Матрица A:
i=1 ,j=1 ,Aij= 1.0000000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij= 2.0000000000000000
i=1 ,j=3 ,Aij= 3.0000000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij= 4.0000000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij= 5.0000000000000000
i=2 ,j=3 ,Aij= 6.0000000000000000
i=3 ,j=1 ,Aij= 7.0000000000000000
i=3 ,j=2 ,Aij= 8.0000000000000000
i=3 ,j=3 ,Aij= 9.0000000000000000

Вектор B:
i=1 Bi= 6.0000000000000000
i=2 Bi= 15.0000000000000000
i=3 Bi= 16.0000000000000000

Задача 02 (Маничев).

Матрица A:
i=1 ,j=1 ,Aij= 1.0000000000000005
i=1 ,j=2 ,Aij= 2.0000000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij= 2.0000000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij= 4.0000000000000000

Вектор B:
i=1 Bi= 3.0000000000000000
i=2 Bi= 6.0000000000000000

Точное решение этой задачи должно показать, что ранг матрицы меньше 2:

vector X:
i=1 Xi= 0.0000000000000000
i=2 Xi= 1.5000000000000000

2. Хорошо обусловленные СЛАУ.

Задача 00 (Маничев – задача из библиотеки математических программ на языке СИ - C library from National Algorithm Group (NAG)).

Матрица A:

i=1 ,j=1 ,Aij=	33.0000000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij=	16.0000000000000000
i=1 ,j=3 ,Aij=	72.0000000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij=	-24.0000000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij=	-10.0000000000000000
i=2 ,j=3 ,Aij=	-57.0000000000000000
i=3 ,j=1 ,Aij=	-8.0000000000000000
i=3 ,j=2 ,Aij=	-4.0000000000000000
i=3 ,j=3 ,Aij=	-17.0000000000000000

Вектор B:

i=1 Bi=	-359.0000000000000000
i=2 Bi=	281.0000000000000000
i=3 Bi=	85.0000000000000000

Эталонное решение x

i=1 Xi=	1.0000000000000000
i=2 Xi=	-2.0000000000000000
i=3 Xi=	-5.0000000000000000

Задача 01 (Маничев – задача из C library NAG).

Матрица A:

i=1 ,j=1 ,Aij=	1.8000000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij=	2.8800000000000000
i=1 ,j=3 ,Aij=	2.0500000000000000
i=1 ,j=4 ,Aij=	-0.8900000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij=	5.2500000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij=	-2.9500000000000000
i=2 ,j=3 ,Aij=	-0.9500000000000000
i=2 ,j=4 ,Aij=	-3.8000000000000000
i=3 ,j=1 ,Aij=	1.5800000000000000
i=3 ,j=2 ,Aij=	-2.6900000000000000
i=3 ,j=3 ,Aij=	-2.9000000000000000
i=3 ,j=4 ,Aij=	-1.0400000000000000
i=4 ,j=1 ,Aij=	-1.1100000000000000
i=4 ,j=2 ,Aij=	-0.6600000000000000
i=4 ,j=3 ,Aij=	-0.5900000000000000
i=4 ,j=4 ,Aij=	0.8000000000000000

Вектор B:

i=1 Bi=	9.5200000000000000
i=2 Bi=	24.3500000000000001
i=3 Bi=	0.7700000000000000
i=4 Bi=	-6.2200000000000000

Эталонное решение x

i=1 Xi=	1.0000000000000000
i=2 Xi=	-1.0000000000000000
i=3 Xi=	3.0000000000000000
i=4 Xi=	-5.0000000000000000

Задача 02 (Маничев – задача из C library NAG).

Матрица A:

i=1 ,j=1 ,Aij=	1.8000000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij=	2.8800000000000000
i=1 ,j=3 ,Aij=	2.0500000000000000

i=1 ,j=4 ,Aij=	-0.8900000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij=	5.2500000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij=	-2.9500000000000000
i=2 ,j=3 ,Aij=	-0.9500000000000000
i=2 ,j=4 ,Aij=	-3.8000000000000000
i=3 ,j=1 ,Aij=	1.5800000000000000
i=3 ,j=2 ,Aij=	-2.6900000000000000
i=3 ,j=3 ,Aij=	-2.9000000000000000
i=3 ,j=4 ,Aij=	-1.0400000000000000
i=4 ,j=1 ,Aij=	-1.1100000000000000
i=4 ,j=2 ,Aij=	-0.6600000000000000
i=4 ,j=3 ,Aij=	-0.5900000000000000
i=4 ,j=4 ,Aij=	0.8000000000000000

Вектор В:

i=1 Bi=	18.469999999999999
i=2 Bi=	2.2500000000000000
i=3 Bi=	-13.279999999999999
i=4 Bi=	-6.2100000000000000

Эталонное решение x

i=1 Xi=	3.0000000000000000
i=2 Xi=	2.0000000000000000
i=3 Xi=	4.0000000000000000
i=4 Xi=	1.0000000000000000

3. Плохо обусловленные СЛАУ.

Задача 00 (Маничев – задача Уилкинсона (Wilkinson)).

Матрица A:

i=1 ,j=1 ,Aij=	0.7800000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij=	0.5630000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij=	0.9130000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij=	0.6590000000000000

Вектор B:

i=1 Bi=	0.2170000000000000
i=2 Bi=	0.2540000000000000

Эталонное решение x

i=1 Xi=	1.0000000000000000
i=2 Xi=	-1.0000000000000000

Задача 01 (Маничев – задача ТЫРТЫШНИКОВА с МАТРИЦЕЙ ГИЛЬБЕРТА [Тыртышников Е.Е. Методы численного анализа : учеб. пособие для студ. вузов / — М.: Издательский центр «Академия», 2007. Стр. 61]).

Матрица A:

i=1 ,j=1 ,Aij=	1.0000000000000000
i=1 ,j=2 ,Aij=	0.5000000000000000
i=1 ,j=3 ,Aij=	0.3333333333333333
i=1 ,j=4 ,Aij=	0.2500000000000000
i=1 ,j=5 ,Aij=	0.2000000000000000
i=1 ,j=6 ,Aij=	0.1666666666666670
i=1 ,j=7 ,Aij=	0.142857142857140
i=1 ,j=8 ,Aij=	0.1250000000000000
i=1 ,j=9 ,Aij=	0.1111111111111110
i=1 ,j=10 ,Aij=	0.1000000000000000
i=2 ,j=1 ,Aij=	0.5000000000000000
i=2 ,j=2 ,Aij=	0.3333333333333330
i=2 ,j=3 ,Aij=	0.2500000000000000
i=2 ,j=4 ,Aij=	0.2000000000000000
i=2 ,j=5 ,Aij=	0.1666666666666670
i=2 ,j=6 ,Aij=	0.142857142857140
i=2 ,j=7 ,Aij=	0.1250000000000000
i=2 ,j=8 ,Aij=	0.1111111111111110
i=2 ,j=9 ,Aij=	0.1000000000000000
i=2 ,j=10 ,Aij=	0.0909090909090900
i=3 ,j=1 ,Aij=	0.3333333333333330
i=3 ,j=2 ,Aij=	0.2500000000000000
i=3 ,j=3 ,Aij=	0.2000000000000000
i=3 ,j=4 ,Aij=	0.1666666666666670
i=3 ,j=5 ,Aij=	0.142857142857140
i=3 ,j=6 ,Aij=	0.1250000000000000
i=3 ,j=7 ,Aij=	0.1111111111111110
i=3 ,j=8 ,Aij=	0.1000000000000000
i=3 ,j=9 ,Aij=	0.0909090909090900
i=3 ,j=10 ,Aij=	0.0833333333333330
i=4 ,j=1 ,Aij=	0.2500000000000000
i=4 ,j=2 ,Aij=	0.2000000000000000
i=4 ,j=3 ,Aij=	0.1666666666666670
i=4 ,j=4 ,Aij=	0.142857142857140
i=4 ,j=5 ,Aij=	0.1250000000000000
i=4 ,j=6 ,Aij=	0.1111111111111110
i=4 ,j=7 ,Aij=	0.1000000000000000
i=4 ,j=8 ,Aij=	0.0909090909090900
i=4 ,j=9 ,Aij=	0.0833333333333330
i=4 ,j=10 ,Aij=	0.076923076923080

```

i=5 ,j=1 ,Aij= 0.2000000000000000
i=5 ,j=2 ,Aij= 0.1666666666666670
i=5 ,j=3 ,Aij= 0.142857142857140
i=5 ,j=4 ,Aij= 0.1250000000000000
i=5 ,j=5 ,Aij= 0.1111111111111110
i=5 ,j=6 ,Aij= 0.1000000000000000
i=5 ,j=7 ,Aij= 0.0909090909090909
i=5 ,j=8 ,Aij= 0.0833333333333330
i=5 ,j=9 ,Aij= 0.076923076923080
i=5 ,j=10 ,Aij= 0.071428571428570
i=6 ,j=1 ,Aij= 0.1666666666666670
i=6 ,j=2 ,Aij= 0.142857142857140
i=6 ,j=3 ,Aij= 0.1250000000000000
i=6 ,j=4 ,Aij= 0.1111111111111110
i=6 ,j=5 ,Aij= 0.1000000000000000
i=6 ,j=6 ,Aij= 0.0909090909090909
i=6 ,j=7 ,Aij= 0.0833333333333330
i=6 ,j=8 ,Aij= 0.076923076923080
i=6 ,j=9 ,Aij= 0.071428571428570
i=6 ,j=10 ,Aij= 0.0666666666666670
i=7 ,j=1 ,Aij= 0.142857142857140
i=7 ,j=2 ,Aij= 0.1250000000000000
i=7 ,j=3 ,Aij= 0.1111111111111110
i=7 ,j=4 ,Aij= 0.1000000000000000
i=7 ,j=5 ,Aij= 0.0909090909090909
i=7 ,j=6 ,Aij= 0.0833333333333330
i=7 ,j=7 ,Aij= 0.076923076923080
i=7 ,j=8 ,Aij= 0.071428571428570
i=7 ,j=9 ,Aij= 0.0666666666666670
i=7 ,j=10 ,Aij= 0.0625000000000000
i=8 ,j=1 ,Aij= 0.1250000000000000
i=8 ,j=2 ,Aij= 0.1111111111111110
i=8 ,j=3 ,Aij= 0.1000000000000000
i=8 ,j=4 ,Aij= 0.0909090909090909
i=8 ,j=5 ,Aij= 0.0833333333333330
i=8 ,j=6 ,Aij= 0.076923076923080
i=8 ,j=7 ,Aij= 0.071428571428570
i=8 ,j=8 ,Aij= 0.0666666666666670
i=8 ,j=9 ,Aij= 0.0625000000000000
i=8 ,j=10 ,Aij= 0.058823529411770
i=9 ,j=1 ,Aij= 0.1111111111111110
i=9 ,j=2 ,Aij= 0.1000000000000000
i=9 ,j=3 ,Aij= 0.0909090909090909
i=9 ,j=4 ,Aij= 0.0833333333333330
i=9 ,j=5 ,Aij= 0.076923076923080
i=9 ,j=6 ,Aij= 0.071428571428570
i=9 ,j=7 ,Aij= 0.0666666666666670
i=9 ,j=8 ,Aij= 0.0625000000000000
i=9 ,j=9 ,Aij= 0.058823529411770
i=9 ,j=10 ,Aij= 0.0555555555555560
i=10 ,j=1 ,Aij= 0.1000000000000000
i=10 ,j=2 ,Aij= 0.0909090909090909
i=10 ,j=3 ,Aij= 0.0833333333333330
i=10 ,j=4 ,Aij= 0.076923076923080
i=10 ,j=5 ,Aij= 0.071428571428570
i=10 ,j=6 ,Aij= 0.0666666666666670
i=10 ,j=7 ,Aij= 0.0625000000000000
i=10 ,j=8 ,Aij= 0.058823529411770
i=10 ,j=9 ,Aij= 0.0555555555555560
i=10 ,j=10 ,Aij= 0.052631578947370

```

Вектор В:

i=1 Bi= 2.928968253968250

i=2 Bi= 2.019877344877340
 i=3 Bi= 1.603210678210670
 i=4 Bi= 1.346800421800420
 i=5 Bi= 1.168228993228990
 i=6 Bi= 1.034895659895660
 i=7 Bi= 0.930728993228990
 i=8 Bi= 0.846695379783620
 i=9 Bi= 0.777250935339180
 i=10 Bi= 0.718771403175440

Эталонное решение x

i=1 Xi= 1.000000000000000
 i=2 Xi= 1.000000000000000
 i=3 Xi= 1.000000000000000
 i=4 Xi= 1.000000000000000
 i=5 Xi= 1.000000000000000
 i=6 Xi= 1.000000000000000
 i=7 Xi= 1.000000000000000
 i=8 Xi= 1.000000000000000
 i=9 Xi= 1.000000000000000
 i=10 Xi= 1.000000000000000

Задача 0 (Вохминцев).

матрица A

i= 1 j= 1 aij= 0.119000000000000000000000
 i= 1 j= 2 aij= -3.470000000000000000000000
 i= 1 j= 3 aij= 0.000000178000000000000000
 i= 1 j= 4 aij= -0.524000000000000000000000
 i= 1 j= 5 aij= 0.005350000000000000000000
 i= 2 j= 1 aij= 438000.000000000000000000000000
 i= 2 j= 2 aij= 0.866000000000000000000000
 i= 2 j= 3 aij= 0.000000325000000000000000
 i= 2 j= 4 aij= -0.005660000000000000000000
 i= 2 j= 5 aij= -0.000001940000000000000000
 i= 3 j= 1 aij= 5600.000000000000000000000000
 i= 3 j= 2 aij= 0.035000000000000000000000
 i= 3 j= 3 aij= -0.000007740000000000000000
 i= 3 j= 4 aij= 0.021800000000000000000000
 i= 3 j= 5 aij= 14100.000000000000000000000000
 i= 4 j= 1 aij= 458000.000000000000000000000000
 i= 4 j= 2 aij= -0.860000000000000000000000
 i= 4 j= 3 aij= 0.000000008000000000000000
 i= 4 j= 4 aij= 0.570000000000000000000000
 i= 4 j= 5 aij= -0.000715000000000000000000
 i= 5 j= 1 aij= -16900.000000000000000000000000
 i= 5 j= 2 aij= -6120.000000000000000000000000
 i= 5 j= 3 aij= -0.000005120000000000000000
 i= 5 j= 4 aij= -261000.000000000000000000000000
 i= 5 j= 5 aij= -0.000000645000000000000000

Вектор правых частей b

i= 1 bi= -3.869649822000000000000000
 i= 2 bi= 438000.860338385000000000000000
 i= 3 bi= 19700.056792260000000000000000
 i= 4 bi= 457999.709285008000000000000000
 i= 5 bi= -284020.000005765000000000000000

Эталонное решение x

i= 1 xi= 1.000000000000000
 i= 2 xi= 1.000000000000000
 i= 3 xi= 1.000000000000000
 i= 4 xi= 1.000000000000000
 i= 5 xi= 1.000000000000000

Задача 1 (Вохминцев).

матрица A

-1.1536220e+07	-2.7218060e+02	2.6407030e-08	-5.9476400e+02	-6.4879140e+04
4.1570940e-09	9.4033580e+04	3.6957000e-09	-8.0255730e+01	5.7046560e-01
-1.9050930e-07	5.3267050e-04	8.0874400e-07	-6.0658380e+04	-4.0395150e-07
1.8871440e-04	-1.2483700e+06	1.2159760e-05	8.2719230e+00	-1.0202550e+05
3.7441110e+04	-4.9491230e+07	6.8145600e-09	6.1502010e-01	-2.4664060e-04

Вектор правых частей b

-1.16019660846000e+07
9.39538947356079e+04
-6.06583794671152e+04
-1.35038722787613e+06
-4.94537882752266e+07

Эталонное решение x

i= 1 xi= 1.00000000000000021966704987
i= 2 xi= 1.0000000000000001350438277
i= 3 xi= 0.970368713132834867596780
i= 4 xi= 0.9999999999999604656018444
i= 5 xi= 0.9999999999996492656701724

Задача 2 (Вохминцев).

Матрица A

2.1885000e-05	2.2572290e-02	-5.7190300e+03	-5.2358480e-04	9.6546960e-02
5.4708910e-09	-8.6029570e-06	9.2217930e-07	8.3343360e+02	-8.4511120e+07
8.5106780e+03	-9.3006970e-04	5.5684170e-05	-2.7199330e-06	5.3680140e+05
7.8703210e-03	8.7207680e-09	-8.6269260e-03	-5.3757150e-09	8.6904980e+06
-3.3695770e-01	4.7411760e+06	-3.2014400e-04	-2.4569110e+04	-9.3795710e-01

Вектор правых частей b

-5.71891138244980e+03
-8.45102865664077e+07
5.45312077122895e+05
8.69049799924340e+06
4.71660561476506e+06

Эталонное решение x

i= 1 xi= 1.00000000000000042390970225
i= 2 xi= 0.9999999999999947373679518
i= 3 xi= 1.00000000000000000000740319
i= 4 xi= 0.999999999999981731975634
i= 5 xi= 1.0000000000000000190431741

Задача 3 (Вохминцев).

Матрица A

7.5539600e-04	2.1163750e+06	9.5684560e-02	-8.3249040e+00	-7.6029190e-07
3.4700080e+01	-6.0078560e+04	-6.6358000e-01	5.8247950e-01	2.2428940e-07
-6.7771090e+00	7.5029670e-04	-6.7759080e+03	-3.1846830e+03	-4.6066550e-07
9.8682490e-08	6.7114990e-01	6.1096810e-01	6.1661230e-09	-9.8135500e-04
-7.0967760e+00	8.7952610e-04	6.0811830e-04	-7.0375870e-02	7.5690510e-03

Вектор правых частей b

2.11636677153520e+06
-6.00439410202757e+04
-9.96736735916397e+03
1.28113674984861e+00
-7.15809517460000e+00

Эталонное решение x

```

i= 1 xi= 1.00000000000004054663767689
i= 2 xi= 1.0000000000000001978185639
i= 3 xi= 1.00000000000005910589801447
i= 4 xi= 0.9999999999987417085683455
i= 5 xi= 1.0000000003684201744017260

```

Задача 4 (Вохминцев).

Матрица A

8.2289690e+05	7.6044700e+05	2.9618770e+00	4.6232010e+04	-5.9874300e+05
-3.7592560e-05	6.7369490e-01	-2.8249430e-03	-4.7212850e+05	-9.2844100e-04
-7.3876500e-07	5.7479600e+00	5.4024630e-08	-2.7000100e+04	7.9569610e+05
-2.5924800e+05	3.2331910e-04	-6.0606900e-08	5.9435570e-05	-4.8098970e-09
7.1442840e-01	6.0258790e+00	8.4154060e-05	5.2306050e+05	8.5598340e+07

Вектор правых частей b

```

1.03083587187700e+06
-4.72127830096077e+05
7.68701747959315e+05
-2.59247999617311e+05
8.61214072403916e+07

```

Эталонное решение x

```

i= 1 xi= 1.0000000000000000977616175
i= 2 xi= 1.0000000000015235742665089
i= 3 xi= 0.999996087726891209491388
i= 4 xi= 1.0000000000000024362462284
i= 5 xi= 1.0000000000000000390596156

```

Задача 5 (Вохминцев).

Матрица A

7.2583440e+06	-7.8331410e-05	7.0034790e-03	-2.0969790e-05	-1.7577750e-02
1.7979930e+06	8.7836030e-09	-5.4585760e-06	-6.9744480e-07	8.7395400e-10
4.8676730e-01	-5.7382730e+04	-9.0761950e+07	-4.0263170e+07	-2.9057570e+03
-2.3801740e-04	1.2093660e+03	-2.2391010e+00	9.1797900e+02	-1.1534560e+07
4.1931940e-04	7.5664110e+06	-7.1776070e-06	-6.5027740e+00	5.8257510e-03

Вектор правых частей b

```

7.25834398932643e+06
1.79799299999385e+06
-1.31085408000233e+08
-1.15324348943390e+07
7.56640450346389e+06

```

Эталонное решение x

```

i= 1 xi= 0.9999999999999997982485572
i= 2 xi= 0.999999999995373530318491
i= 3 xi= 1.000002387870276130596788
i= 4 xi= 0.999994617220631236314495
i= 5 xi= 0.999999999571145487996369

```


4. СЛАУ с 3-х диагональной матрицей коэффициентов размером $n \times 3$: 1-й столбец - нижняя диагональ ($A(1,1)=0.0$), 2-й столбец - основная диагональ, 3-й столбец - верхняя диагональ ($A(n,3)=0.0$).

Задача 00 (Маничев).

Матрица A:

i=1 ,j=1 ,0-Aij=	0.0000000000000000
i=1 ,j=2 ,0-Aij=	0.0000100000000000
i=1 ,j=3 ,0-Aij=	200000.0000000000000000
i=2 ,j=1 ,0-Aij=	-1.0000000000000000
i=2 ,j=2 ,0-Aij=	0.0003000000000000
i=2 ,j=3 ,0-Aij=	400000.0000000000000000
i=3 ,j=1 ,0-Aij=	500000.0000000000000000
i=3 ,j=2 ,0-Aij=	0.0000200000000000
i=3 ,j=3 ,0-Aij=	-1.0000000000000000
i=4 ,j=1 ,0-Aij=	3.0000000000000000
i=4 ,j=2 ,0-Aij=	1.0000000000000000
i=4 ,j=3 ,0-Aij=	0.0000000000000000

Вектор B:

i=1 Vi=	200000.00001
i=2 Vi=	399999.0003
i=3 Vi=	499999.00002
i=4 Vi=	4.0

Эталонное решение x

i=1 Xi=	1.0000000000000000
i=2 Xi=	1.0000000000000000
i=3 Xi=	1.0000000000000000
i=4 Xi=	1.0000000000000000